

**UNIVERSITE MOULAY ISMAIL**

**FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES D'ERRACHIDIA**

**Département de physique**

**COURS DE**

# **OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE**

**Licence En Sciences et Techniques**

**MIP S1 - Module P112**

**Année Universitaire 2020-2021**

***Pr. Abdelmajid DAYA***

# **SOMMAIRE**

**CHAPITRE I : *LOIS DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE***

**CHAPITRE II : *FORMATIONS DES IMAGES DANS  
L'APPROXIMATION DE GAUSS***

## CHAPITRE I

# OPTIQUE GEOMETRIQUE

## LOIS DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE

L'optique est la partie de la physique qui, au sens large, étudie les manifestations et les propriétés de la lumière et, par extension, des ondes électromagnétiques.

Nous nous limiterons à l'approximation de *l'optique géométrique*, dans laquelle la propagation de la lumière est décrite en considérant le trajet de *rayons lumineux*, dont la direction et le sens représentent la direction et le sens de propagation de l'onde lumineuse. Nous en présenterons ici les lois générales, qui nous permettront dans le prochain chapitre d'étudier la formation des images.

### 1. Quelques notions sur la lumière

La lumière présente deux aspects : un aspect ondulatoire et un aspect corpusculaire, c'est ce qu'on appelle la *dualité onde-corpuscules*.

- Aspect corpusculaire de la lumière

La lumière est un ensemble de particules (corpuscules) sans masse appelées photons d'énergie  $E$  : la lumière est un transport d'énergie et n'est pas un transport de masse.

- Aspect ondulatoire de la lumière

La lumière résulte en général de la superposition d'ondes électromagnétiques de différentes longueurs d'onde.

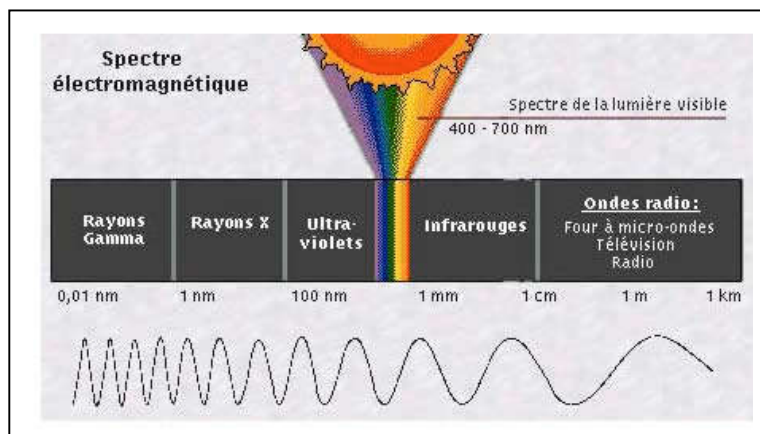
Une lumière monochromatique correspond à une onde sinusoïdale de double périodicité : périodicité dans le temps caractérisée par une fréquence  $\nu$  bien déterminée (qui caractérise la couleur de la lumière monochromatique dans le visible) et une périodicité dans l'espace caractérisée, dans le vide, par la longueur d'onde  $\lambda_0$ . *La longueur d'onde dépend du milieu mais pas la fréquence  $\nu$ .*

Selon le principe de dualité onde-corpuscule, l'énergie  $E$  du photon est proportionnel à la fréquence  $\nu$  de l'onde lumineuse:

$$E = h \nu$$

$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J.s est la constante universelle de Planck.

Le domaine de la lumière visible par l'œil humain correspond aux longueurs d'onde comprises entre  $0,4 \mu\text{m}$  et  $0,8 \mu\text{m}$  ( $400 \text{ nm}$  et  $800 \text{ nm}$ ). Il ne représente qu'une très faible partie du spectre des radiations électromagnétiques qui s'étalent sur une plage allant de la dimension d'un proton "rayons  $\gamma$ " à plusieurs centaines de kilomètres "ondes radio".



## 2. Caractéristiques d'un milieu optique

### 2.1. Milieux transparent, homogène, isotrope

On considère un milieu **transparent, homogène et isotrope** dans toute la suite du cours. Mais que signifient les termes : transparent, homogène et isotrope ?

Un milieu est dit :

- **Transparent** s'il laisse passer la lumière (par opposition à un milieu **opaque**);
- **Homogène** si ses caractéristiques optiques sont indépendantes de l'espace; il est dit **inhomogène** dans le cas contraire,
- **Isotrope** si ses caractéristiques optiques sont indépendantes de la direction selon laquelle se propage le rayon lumineux, dans le cas contraire, il est **anisotrope**.

### 2.2. Indice d'un milieu

La vitesse de propagation (ou célérité) de l'onde dépend du milieu traversé. Le rapport entre la vitesse de la lumière dans le vide à celle dans le milieu considéré est un nombre sans dimension, noté  $n$  et appelé **indice du milieu** :  $n = \frac{c}{v} > 1$

La vitesse limite de la lumière est dans le vide :  $c = 299\,792\,458\,ms^{-1}$  soit environ  $3 \cdot 10^8 ms^{-1}$ .

Plus l'indice d'un milieu est élevé, plus le milieu est **réfringent**.

- Dans un milieu transparent inhomogène, l'indice optique  $n$  dépend du point de l'espace considéré dans ce milieu.
- La dépendance en fréquence de l'indice caractérise "**le pouvoir dispersif**" du milieu :  
 $n = n(\nu)$  ou  $n = n(\lambda)$
- Pour une même radiation de fréquence  $\nu$ , l'indice  $n$  d'un milieu dépend également de la température ;
- En général,  $n$  est une fonction décroissante de la longueur d'onde et de la température.

Quelques exemples d'indices sont donnés dans le tableau suivant : on y voit que l'air est une bonne approximation du vide en optique.

Milieu	Vide	Air (CNTP)	Eau	Verre courant	Verre à fort indice	Diamant
Indice	$n = 1$	$n = 1,00027 \approx 1$	$n = 1,33$	$n = 1,5$	$1,6 \leq n \leq 1,8$	$n = 2,16$

La longueur d'onde  $\lambda$  dépend du milieu et peut être exprimée en fonction de l'indice  $n$  et de la longueur d'onde  $\lambda_0$  dans le vide :

$$\lambda = vT = \frac{cT}{n} = \frac{\lambda_0}{n}$$

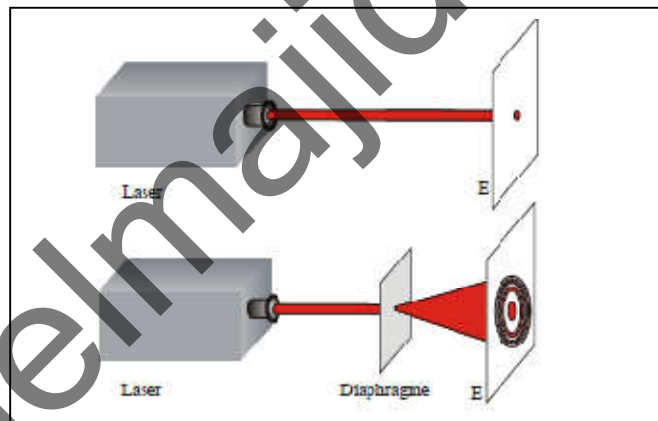
$T = \frac{1}{\nu}$  est la période de l'onde (indépendante du milieu) et  $\lambda_0 = cT$ .

### 3. Approximation de l'optique géométrique : Rayon lumineux

Depuis longtemps, il est observé que **la lumière** issue d'une source ponctuelle **se propage en ligne droite dans un milieu homogène, isotrope et transparent** (principe de propagation rectiligne de la lumière).

Toutefois, les faisceaux lumineux observés ont des sections d'une certaine dimension et ne peuvent être confondus avec un rayon lumineux de section ponctuelle.

Pour isoler un rayon lumineux, on peut par exemple interposer sur le trajet d'un faisceau laser quasi-cylindrique un diaphragme à iris capable d'en réduire à volonté la section du faisceau. On constate que, au fur et à mesure que l'on rétrécit le diaphragme, la dimension de la tache sur l'écran diminue mais, à partir d'une certaine ouverture comparable à la longueur d'onde de la lumière utilisée, on obtient sur l'écran un éclaircissement non uniforme constitué d'une tache centrale de dimension supérieure à celle de l'iris et d'anneaux d'intensité plus faible: c'est le phénomène de diffraction qui a pour effet l'impossibilité d'isoler physiquement un rayon lumineux.



**On retiendra donc que les lois de l'optique géométrique étudiées dans la suite sont valables tant que les instruments utilisés sont de grande taille par rapport à la longueur d'onde  $\lambda$  de la lumière. Sans quoi des phénomènes de diffraction interviennent, et la notion même de rayon n'a plus de sens.**

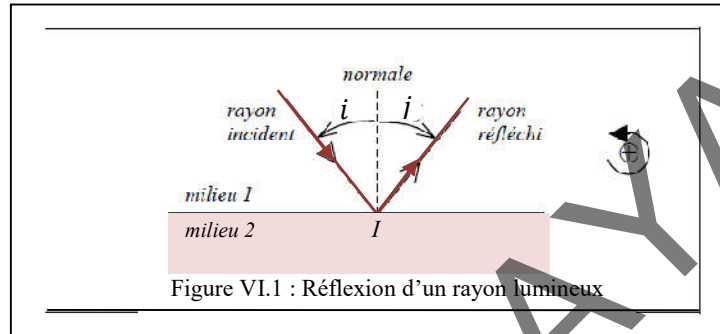
### 4. Lois de Snell-Descartes

A l'interface de deux milieux d'indices optiques différents (dioptrie), un rayon lumineux donne en général naissance à un rayon réfléchi et à un rayon transmis (réfracté). Dans le cas d'une vitre, environ 96% de l'énergie lumineuse est transmise.

Les lois de Snell-Descartes fixent la direction des rayons réfléchis et réfractés par rapport à celle du rayon incident.

#### 4.1. Lois de la réflexion

On considère le rayon lumineux réfléchi au point  $I$  par un dioptré (figure VI.1). La *normale* au dioptré est la droite passant par  $I$  et perpendiculaire au dioptré (en pointillés sur la figure). On appelle *plan d'incidence* le plan contenant le rayon incident et la normale (ici le plan de la feuille). Les angles *incident*  $i$  et *réfléchi*  $j$  sont mesurés *algébriquement* de la normale vers le rayon considéré : ils sont comptés positivement dans le sens direct et négativement sinon.



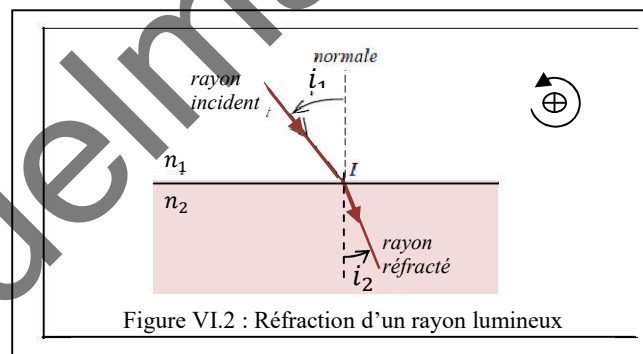
Historiquement, les lois de la réflexion sont énoncées ainsi :

- **Le rayon réfléchi est contenu dans le plan d'incidence.**
- **Les angles incident et réfléchi sont liés par la relation :**

$$i + j = 0$$

#### 4.2. Lois de la réfraction

On considère le rayon lumineux réfracté du milieu 1 (d'indice optique  $n_1$ ) au milieu 2 (d'indice optique  $n_2$ ) (figure VI.2).



Les lois de la réfraction sont :

- **Le rayon réfracté est contenu dans le plan d'incidence.**
- **L'angle réfracté et l'angle incident sont liés par la relation :**

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

Remarque :

**Les lois de Snell-Descartes obéissent au principe de retour inverse de la lumière : tout trajet suivi par la lumière dans un sens peut l'être dans le sens opposé.**

### 4.3. Réfraction limite - Réflexion totale

L'angle de réfraction  $i_2$  est au maximum égal à  $\frac{\pi}{2}$  et selon la valeur du rapport  $\frac{n_1}{n_2}$  le rayon réfracté peut ne pas exister. Examinons les différents cas possibles.

#### 4.3.1. Réfraction limite

- Cas où  $n_1 < n_2$

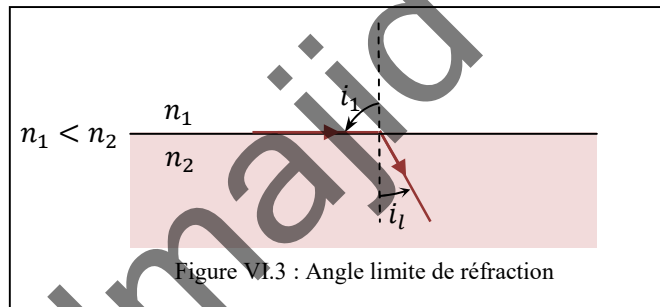
On dit, dans ce cas, que la lumière passe d'un milieu à un autre plus réfringent et l'on a :

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin i_2}{\sin i_1} < 1 \text{ soit } \sin i_2 < \sin i_1 \quad \text{d'où} \quad i_2 < i_1$$

L'angle de réfraction est inférieur à l'angle d'incidence et il existe toujours un rayon réfracté. Celui-ci se rapproche de la normale.

Lorsque  $i_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $i_2$  atteint une valeur limite  $i_l$  appelée "**angle limite de réfraction**" donnée par :

$$\sin i_l = \frac{n_1}{n_2}$$



#### 4.3.2. Réflexion totale

- Cas où  $n_1 > n_2$

La lumière passe d'un milieu à un autre moins réfringent et l'on a :

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin i_2}{\sin i_1} > 1 \text{ soit } \sin i_2 > \sin i_1 \quad \text{d'où} \quad i_2 > i_1$$

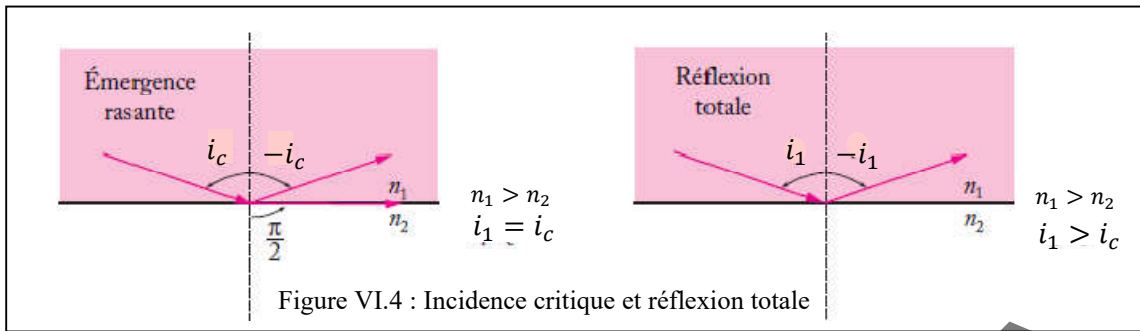
Le rayon réfracté s'éloigne de la normale.

Pour une certaine valeur  $i_c$  de l'angle d'incidence, l'angle de réfraction  $i_2$  est égal à  $\frac{\pi}{2}$  : on a une **émergence rasante** (figure VI.4)

$$\text{soit : } \sin i_c = \frac{n_2}{n_1}$$

**$i_c$  est l'angle critique d'incidence.**

Si l'angle d'incidence est supérieur à  $i_c$ , **il n'y a plus de rayon réfracté** et l'on a **réflexion totale**.



Ordre de grandeur de  $i_c$  pour des dioptries usuels :

- dioptre air - eau ( $n = 1,33$ )  $\rightarrow i_c \approx 49^\circ$
- dioptre air - verre ( $n = 1,5$ )  $\rightarrow i_c \approx 42^\circ$

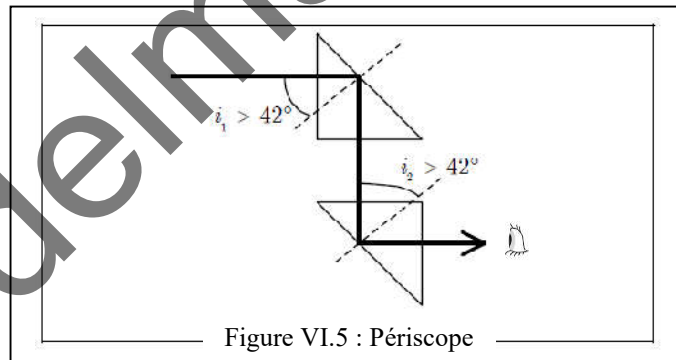
Exemples d'applications de la réflexion totale :

- Périscope
- Milieu stratifié et phénomène de mirage
- Fibre optique à saut d'indice ou à gradient d'indice

#### 4.3.2.1. Périscope

Un périscope est composé de deux prismes rectangles isocèles en verre, il permet d'observer en restant caché.

L'angle d'incidence sur leur face de sortie est égal à  $45^\circ > i_c$ , il y a donc réflexion totale sur ces faces (figure VI.5).



On pourrait réaliser un dispositif équivalent avec deux miroirs, mais les qualités mécaniques des prismes sont meilleures.

#### 4.3.2.2. Milieu stratifié et phénomène de mirage

Lorsque l'indice de l'air varie de manière régulière avec la température, la trajectoire d'un rayon lumineux n'est plus rectiligne et on obtient ce qu'on appelle le phénomène de *mirage*.

Pour expliquer ce phénomène on peut considérer l'air comme un milieu stratifié, formé d'un certain nombre de couches homogènes, parallèles, d'épaisseur  $\Delta z$ , d'indices de réfraction  $n(z)$  fonction croissante de l'altitude de la couche (figure VI.6). Un rayon lumineux se propageant dans la couche d'indice le plus élevé ( $n_1$ ) dans le sens des  $z$  décroissants se réfractera à la



traversée de chacune des couches, les rayons réfractés successifs faisant avec la normale un angle plus grand que l'angle d'incidence correspondant. Il arrivera un moment où un des angles d'incidence aura une valeur supérieure à l'angle critique d'incidence  $i_c$  ( $i_5 > i_c$ ) et le rayon incident subira une réflexion totale (en  $M$  voir figure) : le rayon lumineux poursuivra son trajet mais dans le sens des  $z$  croissants, en subissant des réfractions successives.

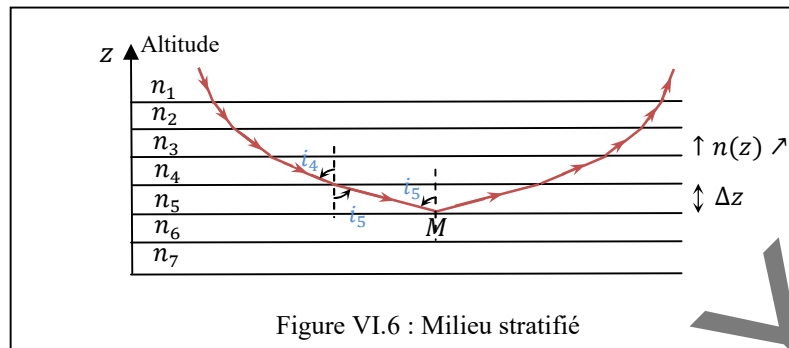


Figure VI.6 : Milieu stratifié

Le trajet d'un rayon lumineux sera donc formé par une succession de segments de droites, une des extrémités ayant une altitude minimale.

Dans l'air, l'indice  $n(z)$  varie de façon continue avec  $z$ ,  $\Delta z \rightarrow 0$ , la ligne brisée formant la trajectoire est remplacée par une courbe présentant un extremum pour une certaine valeur de  $z$ , la concavité étant tournée vers les zones de plus forte indice ( $n(z)$  croissant).

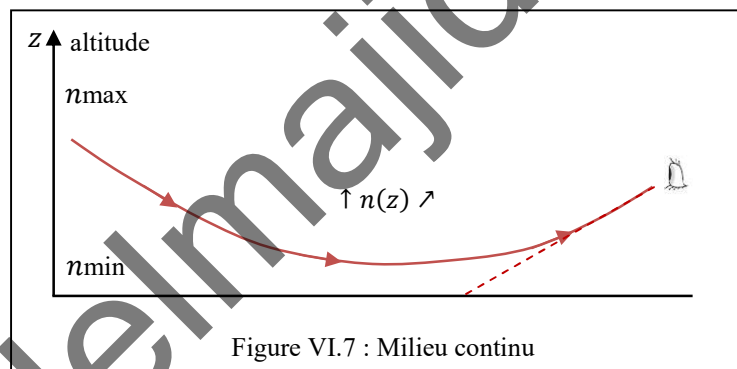


Figure VI.7 : Milieu continu

Mirage optique :

Lorsque le sol est très chaud, l'air à son voisinage est chauffé, donc moins dense, donc d'indice plus faible. Les rayons lumineux provenant du ciel bleu sont donc courbés vers le haut : on « voit » donc par illusion une nappe d'eau dans laquelle se reflètent les objets, palmier, par exemple (figure VI.8).

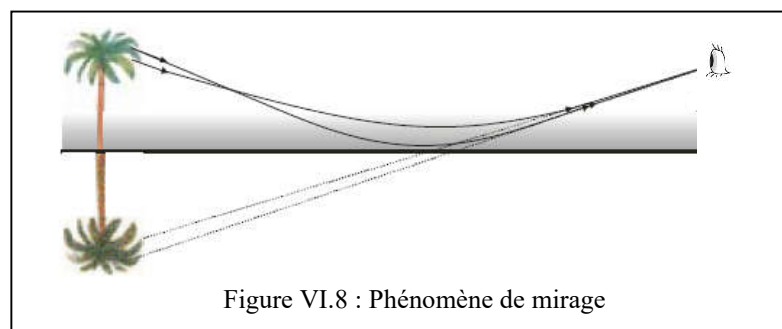
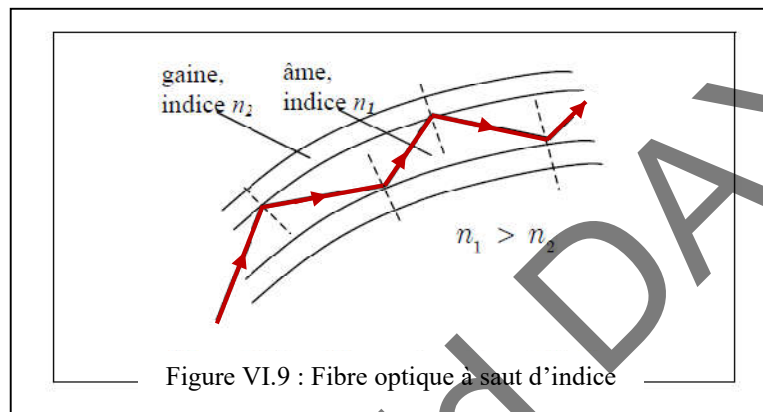


Figure VI.8 : Phénomène de mirage

#### 4.3.2.3. Fibre optique à saut d'indice ou à gradient d'indice

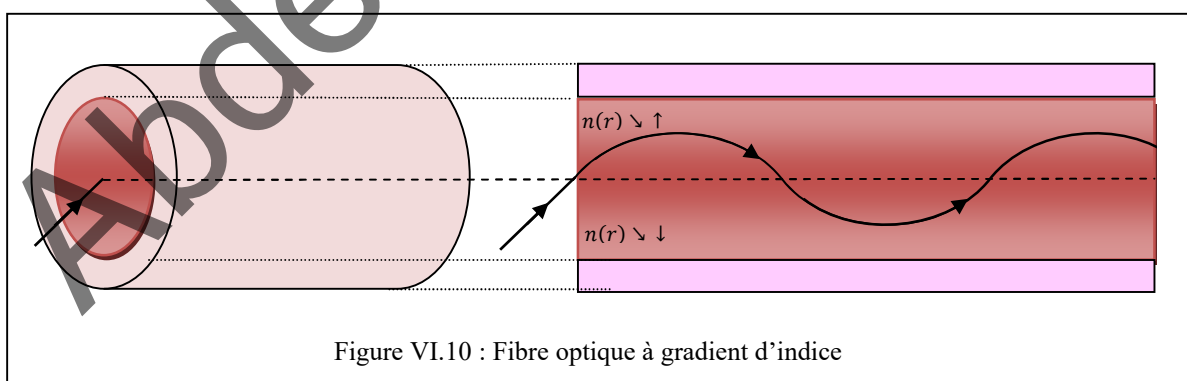
- Fibre optique à saut d'indice

Les premières fibres optiques étaient réalisées avec tube interne (l'âme) entouré d'une gaine d'indice de réfraction inférieur. On injectait dans l'âme des rayons lumineux de telle sorte que l'angle d'incidence à l'interface âme-gaine soit supérieur à l'angle limite. Le rayon lumineux chemine alors dans la fibre par une suite de réflexions totales (figure VI.9). Sur la figure, les normales au dioptre pour les différents points d'incidence sont représentées par des segments en pointillé.



- Fibre optique à gradient d'indice

De nos jours, on construit des fibres optiques à gradient d'indice, fabriquées dans des matériaux dont l'indice  $n(r)$  diminue de manière continue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de leurs axes. Les rayons lumineux suivent alors des trajectoires courbées à l'intérieur de la fibre et on parvient à minimiser les pertes d'information (figure VI.10)



### 5. Chemin optique et principe de Fermat

Soient, dans un milieu donné, deux points A et B. Il existe une infinité de trajets possibles joignant A et B. Tous ces trajets ne sont pas effectivement suivis par la lumière. Nous nous

proposons de chercher quels sont le ou les trajets qui constituent des *rayons lumineux*, c'est-à-dire les trajets qui sont effectivement suivis par la lumière.

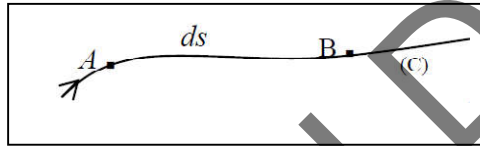
**Le principe de Fermat** (énoncé en 1657) nous fournit cette réponse. Il peut être considéré comme **le principe fondamental de l'optique géométrique**. Nous allons montrer qu'il contient, en effet, le principe de propagation rectiligne de la lumière, le principe du retour inverse et les lois de Snell-Descartes.

Le principe de Fermat s'appuie sur la notion de chemin optique.

## 5.1. Chemin optique

### 5.1.1. Cas général - Définition

Considérons un milieu transparent, isotrope mais pas nécessairement homogène, l'indice  $n$  du milieu pouvant varier d'un point à un autre pour une radiation monochromatique donnée. Soit  $(C)$  une courbe continue quelconque joignant deux points  $A$  et  $B$ , et  $ds$  un élément de longueur de cette courbe. **Le chemin optique élémentaire est défini par :  $dL = nds$**



Le **chemin optique**  $[AB]$ , entre les points  $A$  et  $B$  le long de la courbe  $(C)$ , est l'intégrale curviligne

$$L_{AB} = \int_A^B dL = \int_A^B nds$$

Comme  $n = \frac{c}{v}$  et  $ds = vdt$ , cette expression s'écrit également :

$$L_{AB} = [AB] = \int_A^B nds = \int_A^B \left(\frac{c}{v}\right) vdt = \int_A^B cdt = c(t_B - t_A) = c\Delta t$$

Le chemin optique représente donc la distance parcourue par la lumière si elle se propageait dans le vide pendant la même durée  $\Delta t$  de parcours dans le milieu considéré. Il est alors égal, à une constante multiplicative  $c$  près, au temps mis par la lumière pour aller de  $A$  à  $B$ .

Exemple : si la lumière parcourt une distance de  $30\text{ cm}$  dans l'eau d'indice  $n = \frac{4}{3}$ , le chemin optique correspondant est  $L = \frac{4}{3} 30 = 40\text{ cm}$ . La lumière parcourrait donc dans le vide pendant le même temps une longueur de  $40\text{ cm}$ .

### 5.1.2. Cas d'un milieu homogène

Si le milieu est homogène, son indice de réfraction est constant d'un point à un autre et le chemin optique s'écrit :

$$L_{AB} = [AB] = \int_A^B nds = n \int_A^B ds = n \widehat{AB} = n(s(B) - s(A))$$

où  $\widehat{AB}$  est la mesure algébrique du parcours géométrique AB.

Le chemin optique apparaît donc comme une grandeur algébrique, positive si le parcours de A vers B s'effectue dans le sens de la lumière, négative dans le cas contraire.

## 5.2. Principe de Fermat

### 5.2.1. Enoncé du principe

*Le trajet effectivement suivi par la lumière pour aller d'un point A à un point B est celui pour lequel le chemin optique est extrémal - ou, en toute généralité, stationnaire - c'est-à-dire maximal ou minimal par rapport aux trajets voisins imaginables :  $dL_{AB} = 0$ .*

*Le principe de Fermat est appelé aussi principe de moindre temps :  $L_{AB} = c\Delta t$*

### 5.2.2. Principe de Fermat et propagation rectiligne de la lumière

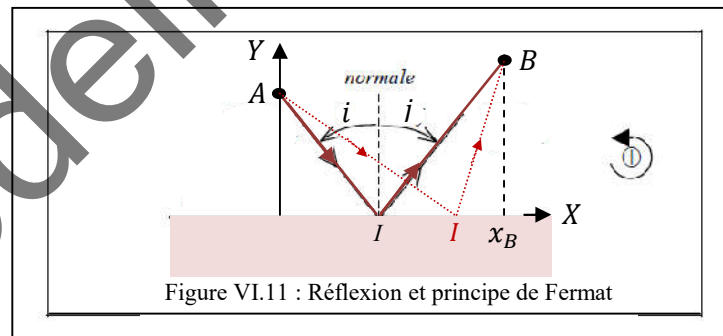
Supposons que les deux points A et B se trouvent dans le même milieu homogène et isotrope d'indice  $n$ . Le chemin optique est, dans ce cas, minimal si le trajet AB est un segment de droite :

$$L_{AB} = [AB] = \int n ds = n \int ds = n\widehat{AB} \text{ et } \widehat{AB}_{min} = \overline{AB}$$

C'est la loi de propagation rectiligne de la lumière dans un milieu homogène. De même, le principe de Fermat contient la loi du retour inverse puisque si  $[AB]$  est minimal,  $[BA]$  le sera aussi.

### 5.2.3. Principe de Fermat et réflexion

Le principe de Fermat permet de justifier les lois de la réflexion (figure VI.11).



La lumière se propageant dans un milieu homogène, le rayon lumineux issu de A, réfléchi par le dioptré et passant par B et vérifiant le principe de Fermat sera le rayon de longueur minimale. Pour que la longueur soit minimale, le rayon doit s'inscrire dans le plan orthogonal au dioptré contenant A et B : on retrouve simplement la première loi de la réflexion. Le problème se réduit donc à trouver l'abscisse du point I. De plus, la longueur du rayon AB s'écrit :

$$l_{AB} = \sqrt{x_I^2 + y_A^2} + \sqrt{(x_B - x_I)^2 + y_B^2}$$

Cette longueur sera extrémale (minimale) si :

$$\frac{dl_{AB}}{dx_I} = 0 \Rightarrow \frac{x_I}{\sqrt{x_I^2 + y_A^2}} - \frac{x_B - x_I}{\sqrt{(x_B - x_I)^2 + y_B^2}} = 0$$

soit :

$$\sin i + \sin j = 0$$

Comme  $|i|, |j| < \frac{\pi}{2}$ , nous avons retrouvé la deuxième loi de la réflexion  $i + j = 0$ .

#### Interprétation géométrique :

Considérons une source de lumière placée en  $A$  au dessus d'un miroir plan  $MM'$ . Un rayon lumineux se réfléchit en  $I$  sur le miroir et atteint un point  $B$ .

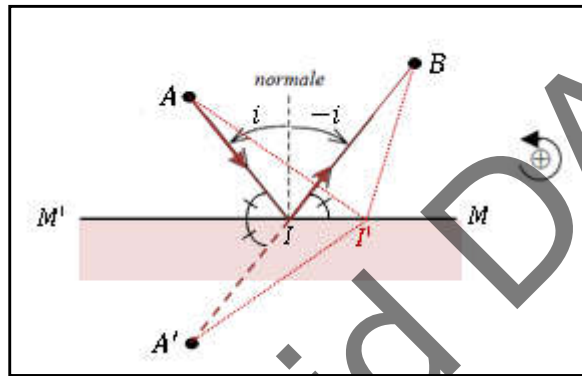


Figure VI.11 : Réflexion et principe de Fermat (Interprétation géométrique)

Considérons le point  $A'$  symétrique de  $A$  par rapport au miroir. Les lois de la réflexion et la définition du point  $A'$  montrent que les angles  $AIM'$ ,  $M'IA'$  et  $BIM$  sont égaux, ce qui entraîne que les trois points  $A'$ ,  $I$ ,  $B$  sont alignés. Nous voyons que le chemin  $AIB$  effectivement suivi par la lumière se traduit par une droite ( $A'IB$ ) alors que tout autre chemin - comme le chemin  $A'I'B$  - se traduit par la somme de deux segments de droites ( $A'I'$  et  $I'B$ ) formant une ligne brisée. La lumière a donc emprunté le trajet le plus court.

#### 5.2.4. Principe de Fermat et réfraction

Envisageons maintenant le cas d'une interface entre deux milieux homogènes (figure VI.12), et posons nous la question de savoir quel est le rayon lumineux qui minimise le chemin optique  $L_{AB}$  entre  $A$  et  $B$ .

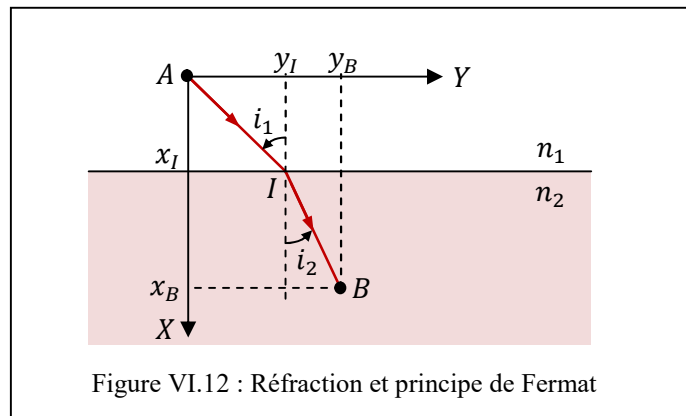


Figure VI.12 : Réfraction et principe de Fermat

Nous savons déjà qu'un rayon est rectiligne dans un milieu homogène : on en déduit que le rayon lumineux recherché est une ligne brisée à l'interface, au point  $I$ . Pour que  $L_{AB}$  soit minimal, le rayon doit s'inscrire dans le plan orthogonal au dioptré: on retrouve ainsi la première loi de la réfraction. Le problème se réduit donc à trouver l'ordonnée  $y_I$  du point  $I$ . Le chemin optique entre  $A$  et  $B$  est (avec  $x_A = y_A = 0$ ) :

$$L_{AB} = n_1 \sqrt{x_I^2 + y_I^2} + n_2 \sqrt{(x_B - x_I)^2 + (y_B - y_I)^2}$$

Ce chemin optique est extrémal si :

$$\frac{\partial L_{AB}}{\partial y_I} = 0 \quad \Rightarrow \quad n_1 \frac{y_I}{\sqrt{x_I^2 + y_I^2}} - n_2 \frac{y_B - y_I}{\sqrt{(x_B - x_I)^2 + (y_B - y_I)^2}} = 0$$

Soit :

$$n_1 \sin i_1 - n_2 \sin i_2 = 0$$

i.e. la deuxième loi de Descartes de la réfraction.

## 6. Prisme

### 6.1. Description

Un prisme est un bloc de verre pyramidal. On utilise deux des faces dont l'arête commune est appelée *arête utile*. L'angle entre les deux faces utiles est notée  $A$  (figure VI.13).

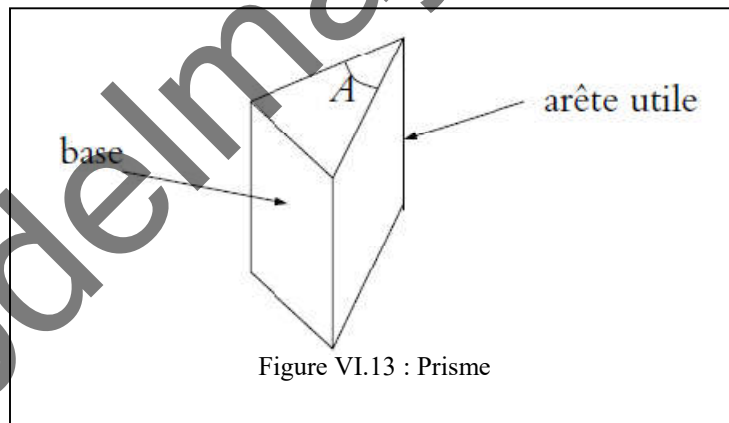


Figure VI.13 : Prisme

L'indice de réfraction du verre dépend de la longueur d'onde selon la loi de Cauchy :

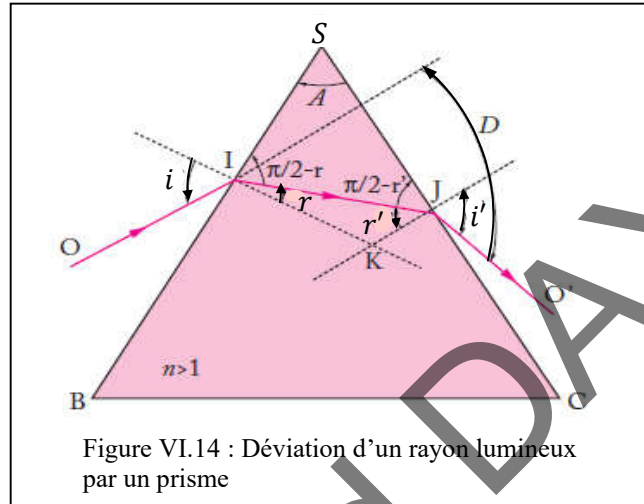
$$n = a + \frac{b}{\lambda^2}$$

$a$  et  $b$  étant des constantes positive qui dépendent du verre. On dit que le prisme est dispersif, c'est-à-dire qu'il dévie différemment des lumières de différentes longueurs d'onde : il sert à étudier les spectres des sources de lumière.

Exemple : lorsqu'on fait tomber sur le prisme un faisceau parallèle de lumière blanche on obtient à la sortie un spectre formé de toutes les couleurs de l'arc-en-ciel.

## 6.2. Formules du prisme

Nous allons dans ce paragraphe analyser la propagation d'un rayon lumineux monochromatique à travers un prisme. Nous cherchons à déterminer la **dévi**ation du rayon lumineux, i.e. l'angle  $D$  que fait le rayon émergent avec le rayon incident (figure VI.14). Remarquons que sur cette figure **tous** les angles sont orientés dans le sens positif.



Les deux premières formules du prisme sont simplement l'expression de la deuxième loi de la réfraction appliquée aux deux faces du prisme :

$$\sin i = n \sin r \quad \text{et} \quad \sin i' = n \sin r'$$

De plus, dans les triangles  $IJS$  et  $IJK$ , la somme des angles est égale à  $\pi$  :

$$A + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) = \pi \Rightarrow r + r' = A$$

$$(i - r) + (i' - r') + (\pi - D) = \pi \Rightarrow D = i + i' - A$$

Si les angles  $A$  et  $i$  sont petits, les formules se simplifient et on obtient :

$$D = A(n - 1)$$

Dans ce cas particulier, la déviation est donc indépendante de l'angle d'incidence.

## 6.3. Minimum de déviation

Expérimentalement, on constate en faisant varier l'angle d'incidence que la déviation du faisceau lumineux à travers le prisme passe par un minimum  $D_m$ , dit **minimum de déviation** du prisme. Il s'agit de déterminer une relation entre  $D_m$ ,  $n$  et  $A$ .

Pour cela, on utilise le retour inverse de la lumière. Un angle d'incidence  $i$  donne l'angle d'émergence  $i'$  et par retour inverse de la lumière, un angle d'incidence  $i'$  donnera l'angle d'émergence  $i$ . Etant donné que  $D = i + i' - A$ , les angles d'incidence  $i$  et  $i'$  donneront la même déviation. Ainsi, dans le cas général, la déviation est la même pour deux angles donc la forme de la courbe de la déviation  $D$  en fonction de l'angle d'incidence est l'une des deux

représentées sur la figure VI.15. Elle présente donc un minimum ou un maximum obtenu d'après ce qui précède lorsque  $i = i'$  (retour inverse de la lumière). Expérimentalement, on trouve qu'il s'agit d'un minimum.

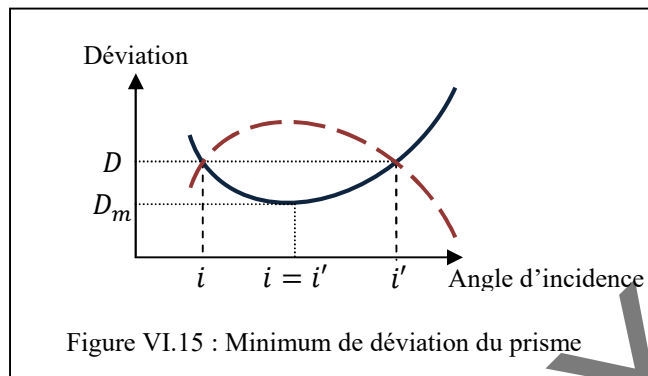


Figure VI.15 : Minimum de déviation du prisme

Les formules du prisme donnent avec  $i = i'$ :

$$r = r' = \frac{A}{2} \quad \text{et} \quad D_m = 2i - A$$

Soit avec  $\sin i = n \sin r$  :

$$\sin \frac{D_m + A}{2} = n \sin \frac{A}{2}$$

L'existence du minimum de déviation  $D_m$  est utilisée en pratique pour la mesure d'indice  $n$  du prisme :

$$n = \frac{\sin \frac{D_m + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$



## CHAPITRE II

### OPTIQUE GEOMETRIQUE FORMATIONS DES IMAGES DANS L'APPROXIMATION DE GAUSS

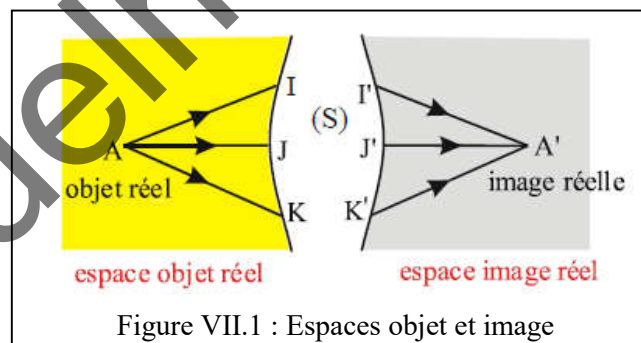
A l'aide des lois décrivant le comportement de la lumière dans l'approximation de l'optique géométrique, nous allons maintenant nous intéresser au comportement d'ensemble des rayons lumineux. Notre but est d'étudier la **convergence** des rayons lumineux issus d'une source lumineuse, i.e. la formation des **images**. Nous étudierons les images formées par des miroirs et des lentilles minces avec pour objectif de traiter dans le chapitre suivant leurs nombreuses applications aux instruments d'optiques.

#### 1. Image en optique géométrique

##### 1.1. Stigmatisme et aplanétisme d'un système optique

##### 1.1.1. Stigmatisme

Un système optique (S) est dit **rigoureusement stigmatique** pour deux points  $A$  et  $A'$ , si tout rayon lumineux issu de  $A$  passe par  $A'$  après avoir traversé (S); Cette condition correspond à un chemin optique  $L_{AA'}$  (ou le temps  $t_{AA'}$ ) constant quel que soit le rayon lumineux considéré. On dit que les points  $A$  et  $A'$  sont **conjugués** par rapport à (S) et que les espaces objet et image sont correspondant.



Les cas de stigmatisme rigoureux étant rares (exemples : miroir plan et miroir parabolique), on se contente souvent d'un **stigmatisme approché**, obtenu pour deux points  $A$  et  $A'$  lorsque tout rayon issu de  $A$  passe au voisinage de  $A'$  après avoir traversé (S).  $L_{AA'}$  n'est alors constant qu'au premier ordre.

La relation liant les positions relatives de deux points conjugués ( $A, A'$ ) est appelée relation de conjugaison.

#### Remarque

Un système optique qui présente la symétrie de révolution par rapport à un axe, est qualifié de : **système optique centré**. L'axe de révolution s'appelle : **axe optique**.

L'image d'un point de l'axe par un système centré est forcément sur l'axe. En effet, comme l'axe optique est un axe de symétrie, la normale au système au point d'incidence sur l'axe est colinéaire à l'axe. Ainsi un rayon colinéaire à l'axe optique n'est pas dévié car il est confondu avec la normale.

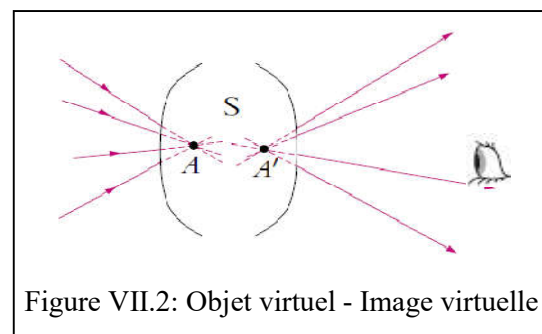
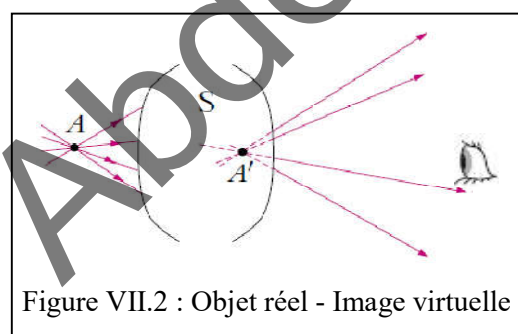
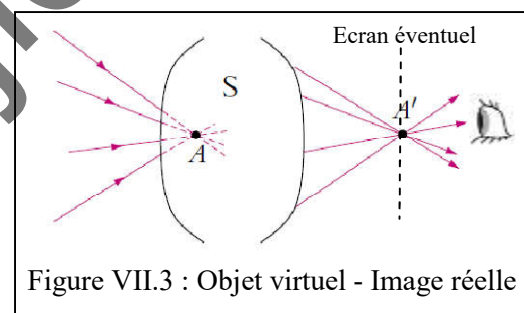
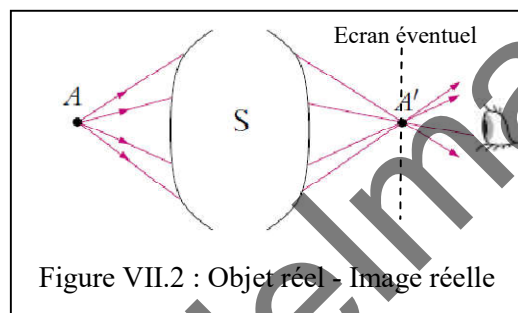
### 1.1.2. Aplanétisme

Soient deux points  $A$  et  $A'$  de l'axe optique conjugués par rapport à  $(S)$ . Soit  $B$ , un point du plan transverse (i.e. plan normal à l'axe optique) passant par  $A$ . Le système  $(S)$  sera dit **rigoureusement aplanétique** pour  $A$  et  $A'$  si le conjugué de  $B$ , noté  $B'$ , se trouve dans le plan transverse passant par  $A'$ . Il y a alors correspondance plan transverse par plan transverse.

On peut parler aussi d'**aplanétisme approché** lorsque l'image  $B'$  est au voisinage du plan transverse passant par  $A'$ .

### 1.2. Objet réel ou virtuel, image réelle ou virtuelle

Si le faisceau incident diverge à partir d'un point  $A$  (provient du point  $A$ ) situé dans l'espace objet, on dit que  $A$  est un **objet réel**. Si, par contre, le faisceau diverge à partir d'un point  $A$  qui n'est pas situé dans l'espace objet,  $A$  est un **objet virtuel**. De la même façon, si le faisceau émergent converge vers un point  $A'$  de l'espace image,  $A'$  est une **image réelle**. Sinon,  $A'$  est une **image virtuelle**. Les quatre cas possibles d'objet et d'image sont récapitulés sur les figures VII.2,3,4,5 qui suivent. On représente en pointillés les prolongements des rayons car ils ne correspondent pas à des trajets réellement suivis par la lumière.



#### Remarque :

Dans le cas des systèmes optiques réfléchissants (miroirs), les espaces réels relatifs aux objets et images sont confondus ; ils correspondent aux espaces contenant la lumière.

Pratiquement, l'objet est réel si on peut le toucher, l'image est réelle si on peut la recueillir sur un écran sans utiliser un autre système optique.

### 1.3. Exemple de système rigoureusement stigmatique : le miroir plan

#### 1.3.1. Stigmatisme du miroir plan

On appelle **miroir** une surface à fort pouvoir réfléchissant, réfléchissant plus de 50% de l'énergie lumineuse incidente. Si la surface est plane, on parle de miroir plan, si la surface est une portion de sphère, le miroir est dit sphérique.

Considérons un point objet  $A$  placé à une distance  $d = AH$  d'un miroir plan (figure VII.6). Les lois de Descartes de la réflexion permettent de tracer un rayon quelconque réfléchi par le miroir. Le triangle  $AIA'$  est isocèle de base  $2d$  : les prolongements de tous les rayons issus de  $A$  être fléchis par le miroir passent donc par le point  $A'$  :  $A'$  est le point conjugué de  $A$  (c'est une image virtuelle) et le miroir plan est un système optique rigoureusement stigmatique. La relation de conjugaison du miroir plan s'écrit :

$$\overline{HA} + \overline{HA'} = 0$$

(Les distances algébriques sont positives lorsqu'elles sont mesurées dans le sens de propagation de la lumière incidente).

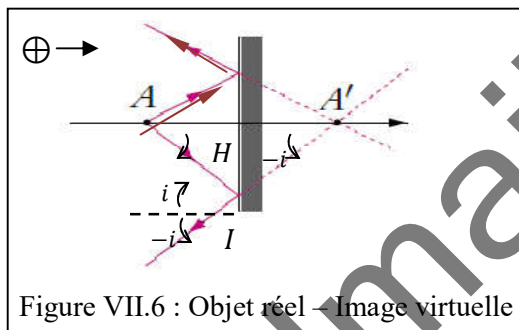


Figure VII.6 : Objet réel – Image virtuelle

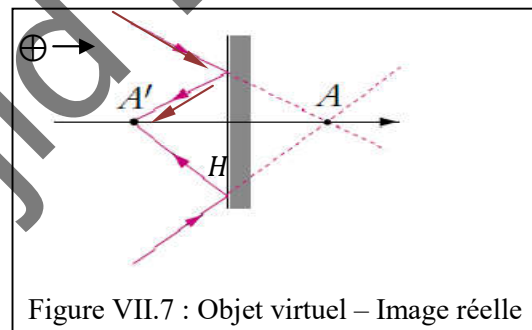


Figure VII.7 : Objet virtuel – Image réelle

Remarquons que la relation de conjugaison reste valable dans le cas d'un **objet virtuel** réalisable en éclairant le miroir avec des rayons convergents (figure VII.7). L'image  $A'$  est alors réelle.

#### 1.3.2. Stigmatisme du miroir plan : Objets étendus, grandissement

Chacun des points d'un objet étendu (i.e. non ponctuel) émet de la lumière, l'image d'un objet étendu s'obtient en construisant l'image de chaque point, ou lorsque cela est possible de certains points particuliers.

Exemple :

L'image  $A'B'$  d'un objet rectiligne  $AB$  du plan transverse, donnée par un miroir plan, s'obtient comme en figure VII.8. On obtient  $B'$  symétrique de  $B$  par rapport au miroir, et donc dans le plan transverse contenant  $A'$  : Le miroir plan est rigoureusement aplanétique pour tout point de l'espace et c'est le seul système optique qui vérifie cette propriété.

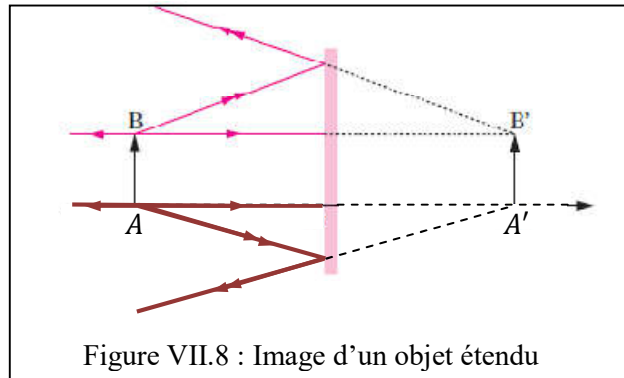


Figure VII.8 : Image d'un objet étendu

De façon générale, on appelle **grandissement linéaire transverse** d'un système optique et on note  $\gamma$  le rapport algébrique de la taille de l'image sur la taille de l'objet :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Exemple :

Dans le cas du miroir plan,  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = +1$ , l'image est donc « droite » (i.e. non-renversée) et de même taille que l'objet.

## 2. Stigmatisme approché et Approximation de Gauss

### 2.1. Phénomène d'aberration

#### 2.1.1. Cas d'un dioptre plan

Considérons un objet  $A$  ponctuel lumineux placé au fond d'une piscine. L'image  $A'$  de l'objet s'obtient par l'intersection de deux rayons après réfraction.  $A'$  est sur l'axe normale au dioptre plan passant par  $A$  (un rayon colinéaire à la normale du dioptre n'est pas dévié). Par contre, suivant l'inclinaison du rayon incident, l'intersection du rayon émergent (intercepté par l'observateur) avec l'axe est différente : L'image  $A'$  (virtuelle) de l'objet  $A$  est différente pour différents observateurs (voir figure VII.9). Tous les rayons lumineux issus de l'objet ne convergent donc pas en une image unique et il n'y a **pas stigmatisme rigoureux** : c'est le phénomène d'**aberrations géométriques**.

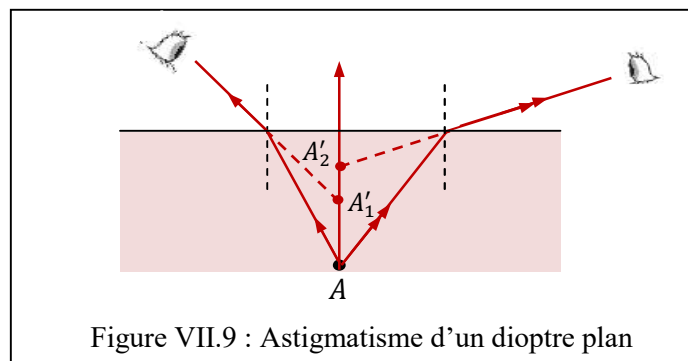


Figure VII.9 : Astigmatisme d'un dioptre plan

Une autre forme d'aberration dite **chromatique**, peut être observée dans le cas du dioptré plan ou pour tout autre milieu dispersif dont l'indice optique dépend de la longueur d'onde. On obtient dans ce cas une image pour chaque longueur d'onde.

### 2.1.1. Cas d'un miroir sphérique

Dans le cas des miroirs sphériques, la formation d'image se fait par réflexions dont les lois ne dépendent pas des indices optiques. L'aberration chromatique ne peut pas exister alors que l'aberration géométrique est nettement observable dans ce cas, comme le montre la figure VII.10 de simulations : Pour des rayons issus d'une source ponctuelle et réfléchis sur l'ensemble du miroir, on ne peut même pas parler de stigmatisme approché car les rayons se croisent en des endroits très différents.

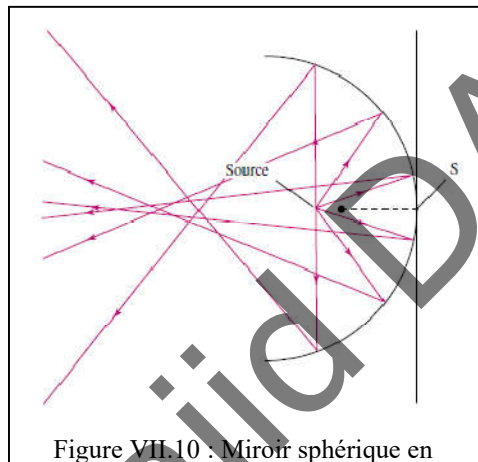


Figure VII.10 : Miroir sphérique en dehors des conditions de Gauss

### 2.2. Stigmatisme approché

A part de rares exceptions de systèmes optiques, les rayons issus d'un point A ne se recoupent pas tous en un point A' mais dans une région de l'espace aux alentours du point A'. L'image d'un point A est alors une tâche d'une certaine dimension et le problème se posera alors en ces termes :

- à partir de quelles dimensions de la tâche A' peut-on considérer que l'on obtient, avec une bonne approximation, une image de A ?
- quelles conditions doit-on satisfaire pour obtenir une image "acceptable" ?

**La réponse à la première question** nous est fournie par le **dispositif récepteur** de l'image. Dans le cas d'un récepteur photographique, une tâche sera considérée comme ponctuelle si ses dimensions sont inférieures au grain de l'émulsion. Dans le cas de l'œil, c'est le pouvoir de résolution de celui-ci qui détermine la limite acceptable.

**La réponse à la deuxième question** est donnée par les **conditions d'approximation de Gauss** qui s'appliquent aux systèmes centrés.

### 2.3. Conditions de Stigmatisme approché. Approximation de Gauss

Nous cherchons les conditions à imposer au système optique centré et aux rayons issus de l'objet, pour réaliser un stigmatisme approché et obtenir une image acceptable.

La figure VII.10 nous montre que si l'on sélectionne les rayons se réfléchissant près du sommet S du miroir, on remarque qu'ils se croisent après réflexion en un point : on peut alors

considérer qu'il y a stigmatisme. La figure VII.11 illustre cette propriété. Sur cette figure, on a agrandi la zone du miroir autour du sommet, c'est pour cela que le miroir n'apparaît que comme un arc de cercle. **On retiendra donc que les rayons doivent frapper le miroir au voisinage de son sommet.**

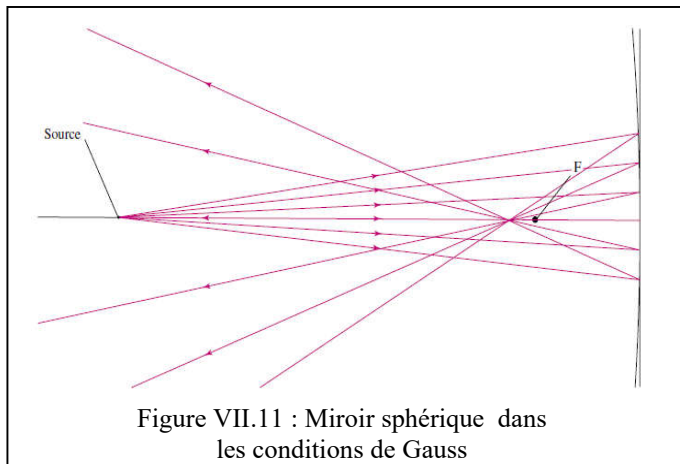


Figure VII.11 : Miroir sphérique dans les conditions de Gauss

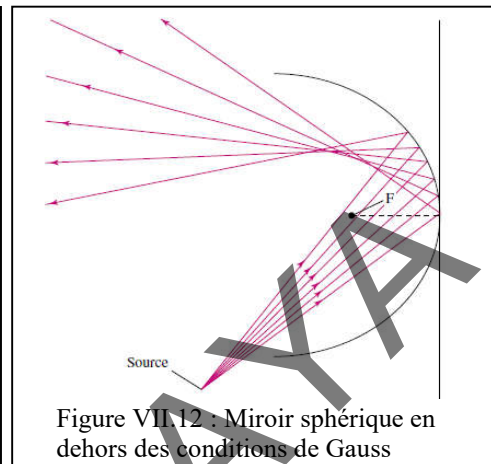


Figure VII.12 : Miroir sphérique en dehors des conditions de Gauss

La propriété précédente n'est pas suffisante. En effet, comme le montre la figure VII.12, si les rayons sont très inclinés par rapport à l'axe, il n'y a plus stigmatisme.

En conclusion, les conditions de stigmatisme approché ou "**conditions de l'approximation de Gauss**" s'intéressent aux **rayons para axiaux** c'est-à-dire :

- **peu inclinés par rapport à l'axe optique et**
- **peu éloignés de l'axe optique.**

ce qui limite, d'une part, la portion utile des systèmes optiques à leurs parties centrales et, d'autre part, la grandeur algébrique des objets étudiés.

En pratique, on place l'objet de petite taille au voisinage de l'axe optique et on empêche les rayons indésirables de nuire à la ponctualité de l'image en diaphragmant le faisceau incident

### 3. Miroirs sphériques dans l'approximation de Gauss

#### 3.1. Miroirs sphériques

Un miroir sphérique est un système optique centré, réalisé à partir d'une portion de sphère. Le rayon algébrique  $R = \overline{SC}$  de la sphère est appelé **rayon de courbure** du miroir ( $C$  est le centre de la sphère, et l'axe optique passant par le sommet  $S$  du miroir est orienté dans le sens de propagation de la lumière incidente). Le miroir sphérique est dit **concave** ou **convexe** selon que la partie réfléchissante est intérieure ou extérieure de la sphère (figure VII.13).

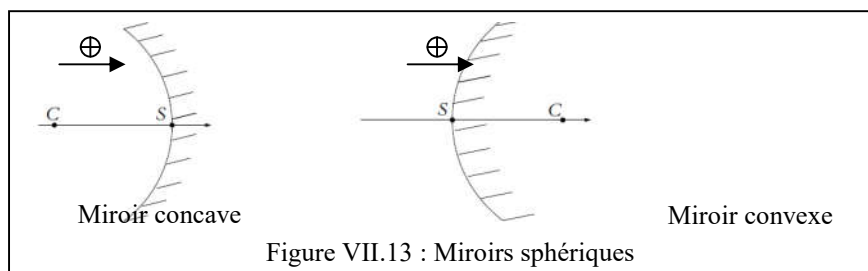


Figure VII.13 : Miroirs sphériques

### 3.2. Première relation de conjugaison

Plaçons nous dans l'approximation de Gauss et montrons qu'il existe une relation de conjugaison univoque permettant de trouver la position de l'image en fonction de celle de l'objet (figure VII.14).

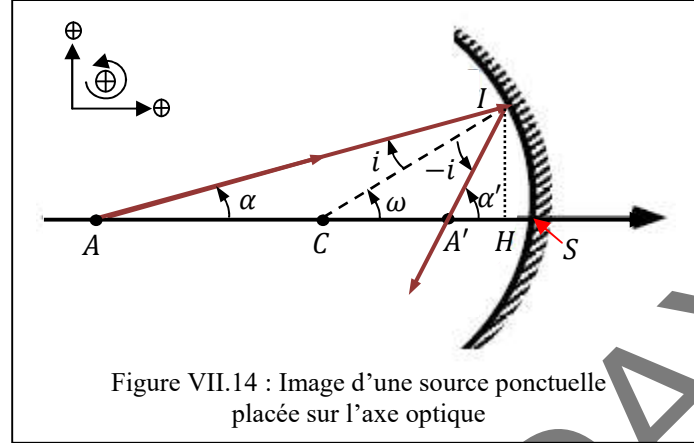


Figure VII.14 : Image d'une source ponctuelle placée sur l'axe optique

Comme  $\alpha$  est petit et  $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$  d'où  $AI \approx AH$ , les points H et S sont confondus au premier ordre. Les sommes des angles dans les triangles AIC et A'IC sont égales à  $\pi$  :

$$\begin{aligned} \alpha - i + \pi - \omega &= \pi & \Rightarrow & \alpha = i + \omega \\ \pi - \alpha' + \omega - i &= \pi & \Rightarrow & \alpha' = -i + \omega \end{aligned}$$

Il vient, en sommant ces deux relations :

$$2\omega = \alpha' + \alpha$$

Dans l'approximation des petits angles, les angles sont assimilables à leur tangente :

$$2 \frac{\overline{HI}}{\overline{CS}} = \frac{\overline{HI}}{\overline{A'S}} + \frac{\overline{HI}}{\overline{AS}}$$

Soit :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{2}{R}$$

Nous avons donc montré que, dans les conditions de Gauss, il existe une et une seule image A' associée à un point objet A situé sur l'axe optique. Cette relation reste valable pour les miroirs sphériques convexes ainsi que pour des objets virtuels, à **condition** de respecter les conventions algébriques. Remarquons que nous retrouvons la relation de conjugaison du miroir plan en faisant tendre le rayon de courbure du miroir vers l'infini.

### 3.3. Foyers principaux

#### 3.3.1. Foyer principal image, vergence

Par définition, le **foyer principal image** d'un miroir, noté  $F'$ , est l'image d'un point situé à l'infini sur l'axe optique (figure VII.15). Il s'obtient, d'après la relation trouvée dans le paragraphe précédent, en faisant tendre  $\overline{SA}$  vers  $-\infty$  :



$$f' = \overline{SF'} = \frac{R}{2}$$

Le foyer principal image est donc situé à mi chemin entre  $S$  et  $C$ . La distance  $f'$  est appelée **distance focale** du miroir, un miroir de distance focale **négative** (i.e. pour un miroir  $R < 0$ , donc concave) est dit **convergent**, un miroir de distance focale **positive** (i.e. pour un miroir  $R > 0$ , donc convexe) est dit **divergent** (figures VII.15, 16).

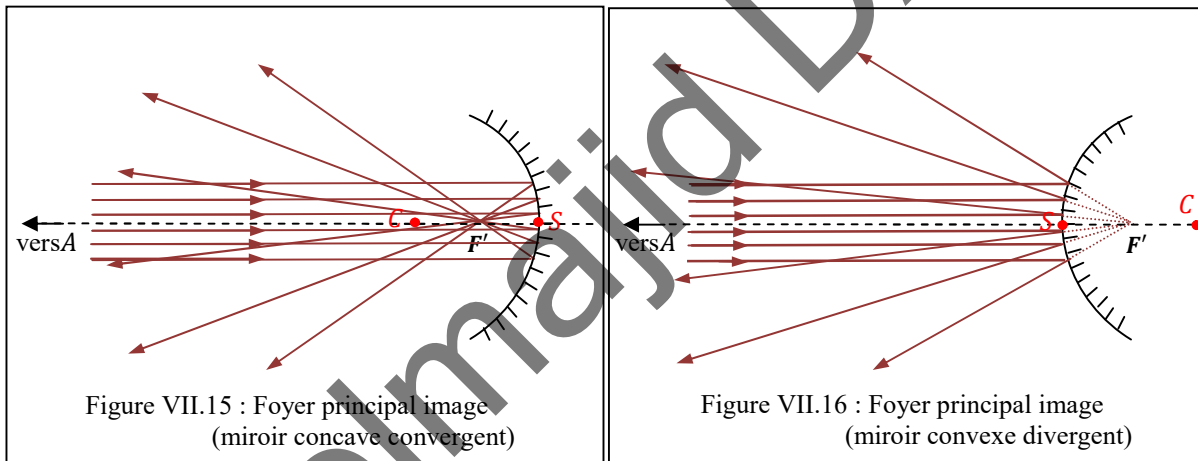
En fonction de la distance focale du miroir sphérique, la première relation de conjugaison devient :

$$\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{1}{f'}$$

A la place de la distance focale, les opticiens utilisent souvent la **vergence**, définie comme l'inverse de la distance focale :

$$V = \frac{1}{f'}$$

Qui s'exprime en  $m^{-1}$ , ou dioptries ( $\delta$ ).



### 3.3.2. Foyer principal objet

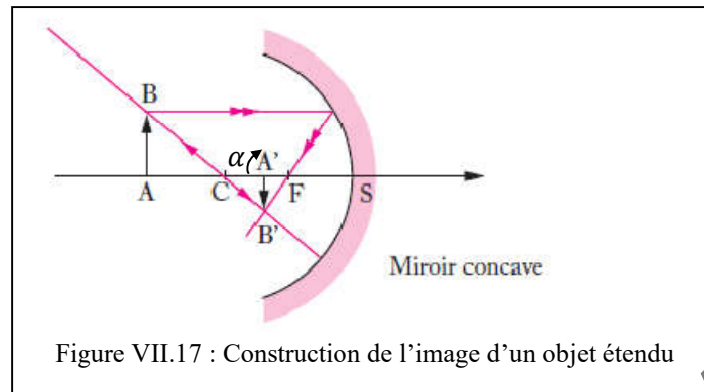
Le **foyer principal objet**  $F$  du miroir est par définition la position d'un objet ponctuel sur l'axe optique ayant son image à l'infini. En vertu du principe de retour inverse de la lumière,  $F$  et  $F'$  sont confondus.

### 3.4. Deuxième relation de conjugaison : Grandissement du miroir sphérique

Pour déterminer la position de l'image d'un point situé en dehors de l'axe optique, nous avons besoin d'une deuxième relation. Dans l'approximation de Gauss, nous savons qu'il existe une image unique  $B'$  d'un point  $B$  : il nous suffit donc de trouver le point d'intersection de deux rayons particuliers réfléchis par le miroir pour obtenir la position de cette image.

Par définition du foyer principal image, le rayon issu de  $B$  et parallèle à l'axe optique est réfléchi en direction de  $F'$ . De plus, le rayon issu de  $B$  et passant par le centre de courbure du miroir sphérique  $C$  frappe le miroir avec un angle d'incidence nul : il est donc réfléchi en direction de  $C$  (figure VII.17).





Remarque :

*De façon général, un système optique centré utilisé dans les conditions de Gauss est stigmatique et aplanétique.* Par conséquent, l'image  $B'$  est dans le plan transverse de l'image  $A'$  (condition d'aplanétisme). La position de l'image  $A'$  se déduit donc par projection de  $B'$  sur l'axe optique.

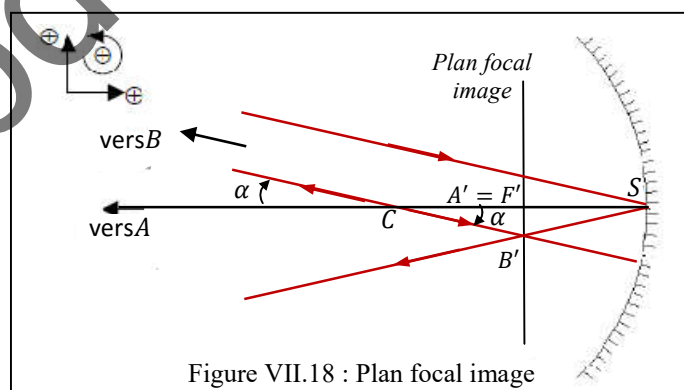
Les triangles  $CAB$  et  $CA'B'$  étant semblables, le grandissement du miroir sphérique s'écrit :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

C'est la deuxième relation de conjugaison. Dans l'exemple de la figure VII.17, le grandissement est négatif (l'image est renversée) et inférieur à 1 (l'image est plus petite que l'objet).

Remarquons enfin que, lorsque nous faisons tendre la distance  $\overline{SA}$  vers  $-\infty$  en maintenant l'angle  $\alpha$  constant,  $A'$  tendra vers  $F'$  et  $B'$  se trouvera dans un plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par  $F'$ , nommé **plan focal image** du miroir, constitué par l'ensemble des **foyers images secondaires**, images des points situés à l'infini en dehors de l'axe optique (figure VII.18.). On a alors :

$$\overline{A'B'} = -\alpha f'$$

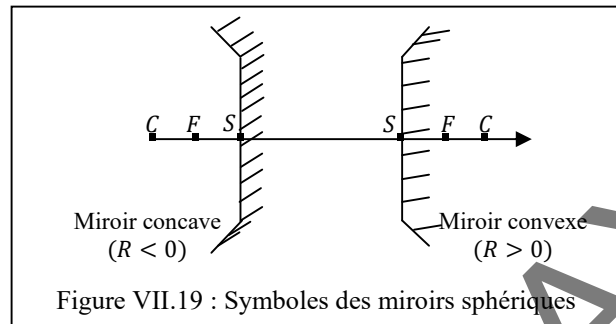


### 3.5. Modélisation des miroirs sphériques

Dans l'approximation de Gauss, comme nous l'avons vu au paragraphe 3.2., les surfaces utilisées des miroirs sont au voisinage de l'axe. Elles sont assimilables à la droite qui leur est

tangente au point  $S$ , on choisit alors de les symboliser comme indiqué sur la figure VII.19 ci-après.

Une telle modélisation supprime toute information sur le rayon de courbure du miroir, elle n'est donc utilisable que si la position du foyer principal image est indiquée (ou, de manière équivalente, la position du centre de courbure). En effet, c'est la seule information dont nous avons eu besoin au paragraphe précédent pour construire les images de sources ponctuelles (ou étendues, en les considérant comme un ensemble de sources ponctuelles indépendantes).



Les méthodes de construction permettant de déterminer les positions des images et des rayons réfléchis dans les conditions de Gauss, reposent sur les idées de bases suivantes :

- un rayon passant par le centre n'est pas dévié ;
- un rayon incident parallèle à l'axe (ou son prolongement) passe après réflexion par le foyer image ;
- un rayon incident (ou son prolongement) passant par le foyer objet est, après réflexion, parallèle à l'axe ;
- deux rayons incidents parallèles donnent des rayons réfléchis qui, eux ou leurs prolongements, se croisent en un point du plan focal image appelé foyer image secondaire ;
- deux rayons incidents qui, eux ou leurs prolongements, se croisent en un point du plan focal objet (foyer objet secondaire) donnent des rayons réfléchis parallèles entre eux.

La construction de l'image d'un objet se fait alors facilement à partir de deux des trois premières règles représentées sur les figures VII.20, 21 ci-après :

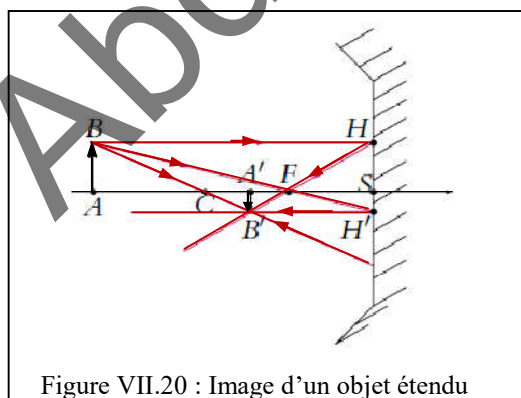


Figure VII.20 : Image d'un objet étendu par miroir concave

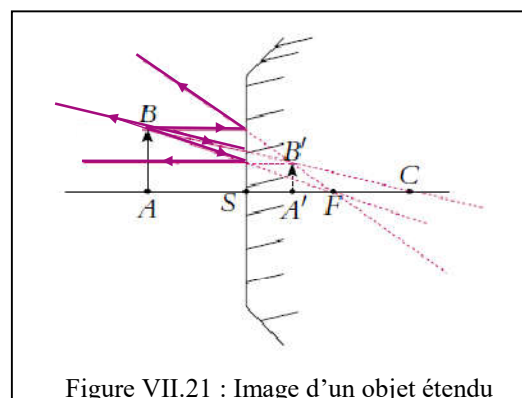


Figure VII.21 : Image d'un objet étendu par miroir convexe

D'autres formes d'écritures des relations de conjugaison d'un miroir sphérique peuvent être obtenues en se basant sur ces représentations géométriques et en appliquant les formules de Thalès dans les triangles :

- Origine au sommet

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

- Origine au centre

$$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}}$$

- Origine au foyer

$$\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = \overline{FS}^2 \text{ avec } \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Le grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \frac{-\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}}$$

#### 4. Lentilles sphériques minces dans l'approximation de Gauss

Après cette étude des systèmes optiques utilisant la réflexion, nous nous intéressons aux systèmes optiques utilisant la transmission : les **lentilles**.

##### 4.1. Définitions

##### 4.1.1. Dioptré sphérique

Un dioptré sphérique est une portion de sphère séparant deux milieux transparents d'indices optiques différents (figure VII.22). Leur étude théorique détaillée, hors programme, n'est pas nécessaire à la compréhension des lentilles minces, des constatations expérimentales suffiront. Un dioptré sphérique présente un stigmatisme approché dans les conditions de Gauss (figure VII.23). Tout comme le dioptré plan, le dioptré sphérique présente des aberrations chromatiques.

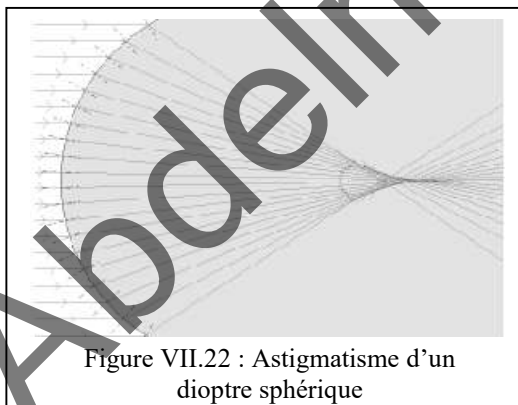


Figure VII.22 : Astigmatisme d'un dioptré sphérique

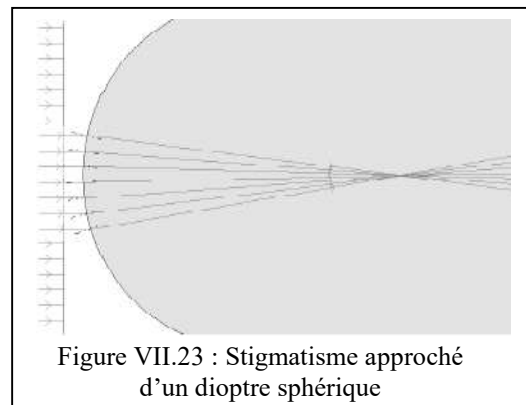


Figure VII.23 : Stigmatisme approché d'un dioptré sphérique

##### 4.1.2. Lentilles sphériques

Une lentille sphérique est une association de deux dioptrés sphériques, de rayons de courbure algébriques  $R_1 = \overline{C_1S_1}$  et  $R_2 = \overline{C_2S_2}$ . Elles peuvent être à bords minces ou épais (figures VII.24, 25).

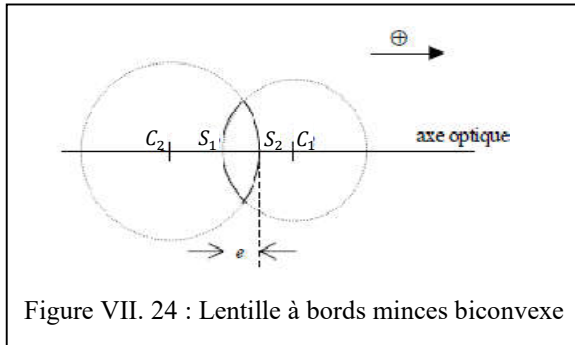


Figure VII. 24 : Lentille à bords minces biconvexe

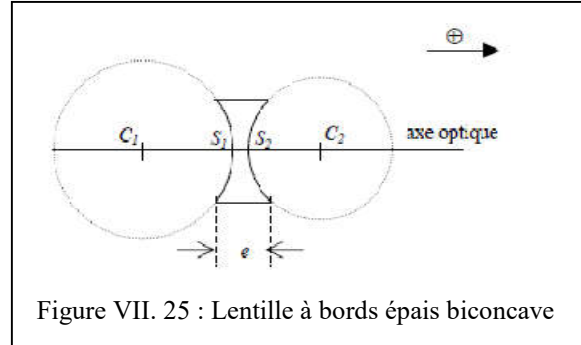


Figure VII. 25 : Lentille à bords épais biconcave

Les lentilles sont des systèmes optiques centrés, i.e. ayant un axe de symétrie appelé axe optique. Dans l'approximation de Gauss, ces lentilles sont stigmatiques (stigmatisme approché) et aplanétiques (aplanétisme approché). On peut donc définir deux foyers, objet et image, et deux plans focaux, objet et image. Dans toute la suite de l'étude, on suppose que les lentilles sont utilisées dans l'air d'indice  $n = 1$ .

La distance algébrique  $f'$  du centre optique  $O$  (un point de l'axe optique situé entre  $S_1$  et  $S_2$ ) au foyer principal image  $F'$  est la **distance focale** de la lentille :

$$f' = \overline{OF'}$$

Donnée pour une lentille sphérique par :

$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \left( \frac{1}{S_1 C_1} - \frac{1}{S_2 C_2} \right)$$

$n$  est l'indice optique de la lentille;  $S_1$  et  $S_2$  sont les sommets des dioptries dans l'ordre où la lumière les rencontre.

$f'$  est positive dans le cas où la lentille est à bords minces et négative si elle est à bords épais ; et le plus souvent de l'ordre de quelques centimètres. On définit aussi la **vergence** de la lentille, égale à l'inverse de sa distance focale et exprimée en dioptries ( $\delta$ ) :  $V = \frac{1}{f'}$

#### 4.1.3. Lentilles minces

Une lentille sphérique est dite **minces** si son épaisseur est très petite devant ses rayons de courbure et devant la différence de ceux-ci :

$$e \ll |R_1|, \quad e \ll |R_2| \quad \text{et} \quad e \ll |R_1 - R_2|$$

Dans ce cas, on peut considérer que les trois points  $O$ ,  $S_1$  et  $S_2$  sont confondus si bien qu'on représente les lentilles par un trait sur lequel on fait seulement figurer  $O$ . Les symboles des lentilles à bords minces et épais sont donnés sur la figure VII.26.

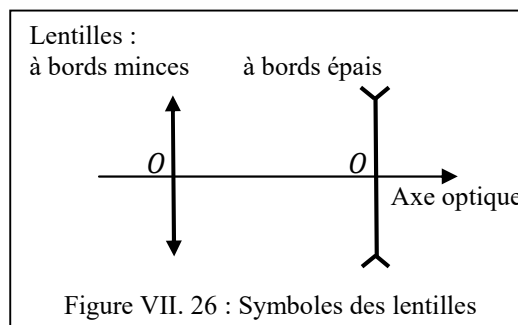
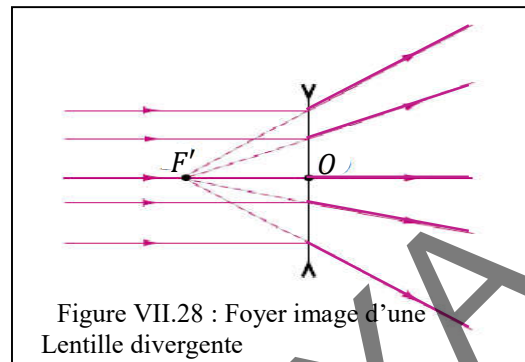
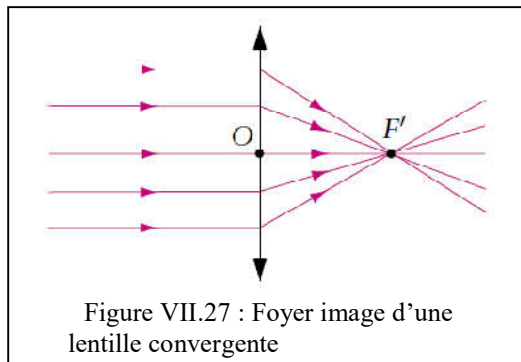


Figure VII. 26 : Symboles des lentilles

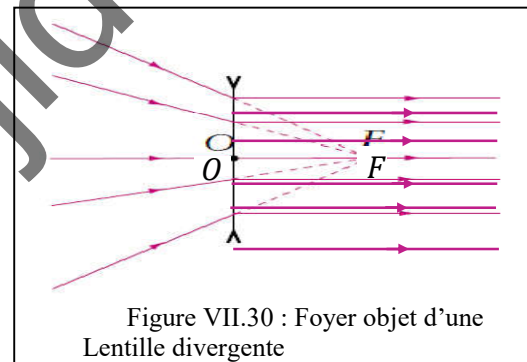
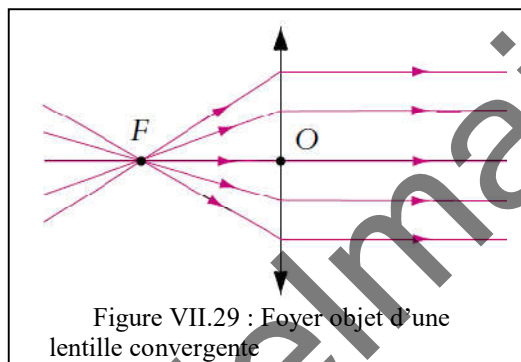
Comme on l'a défini pour le miroir sphérique, le foyer image  $F'$  de la lentille est l'image d'un point objet situé à l'infini sur l'axe optique, c'est l'image d'un faisceau parallèle à l'axe optique (voir figures VII.27, 28).



La lentille à bords minces converge les rayons, elle est dite **convergente** ( $f' > 0$ ).

La lentille à bords épais diverge les rayons, elle est dite **divergente** ( $f' < 0$ ).

En vertu du principe de retour inverse de la lumière, il existe un point  $F$ , symétrique de  $F'$  par rapport à  $O$  et nommé **foyer principal objet**, qui a la propriété suivante : la lentille donne d'un objet placé en  $F$  une image à l'infini (figures VII.29, 30).



#### 4.2. Construction d'une image par une lentille mince

Les règles suivies pour déterminer les positions des images et des rayons émergents des lentilles minces, dans les conditions de Gauss, sont similaires à celles déjà utilisées pour les miroirs sphériques :

- un rayon passant par le centre optique n'est pas dévié ;
- un rayon incident parallèle à l'axe donne un rayon émergent (ou son prolongement) qui passe par le foyer image ;
- un rayon incident (ou son prolongement) passant par le foyer objet donne un rayon émergent parallèle à l'axe ;
- deux rayons incidents parallèles donnent des rayons émergents qui, eux ou leurs prolongements, se croisent dans le plan focal image ;
- deux rayons incidents qui, eux ou leurs prolongements, se croisent dans le plan focal objet donnent des rayons émergents parallèles entre eux.

Nous pouvons donc tracer géométriquement l'image d'un objet étendu  $AB$  perpendiculaire à l'axe optique en construisant l'image  $B'$  de  $B$  grâce à deux des trois premières règles. L'image  $A'$  de  $A$  se déduit de  $B'$  par projection sur l'axe optique (condition d'aplanétisme) (figures VII.31, 32).

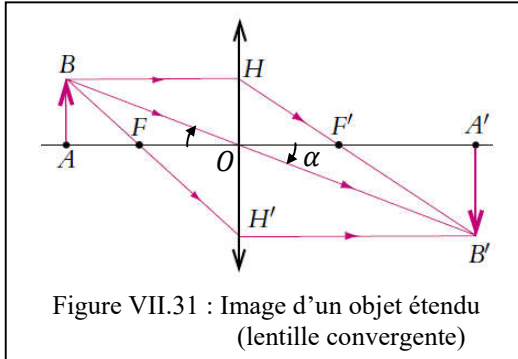


Figure VII.31 : Image d'un objet étendu (lentille convergente)

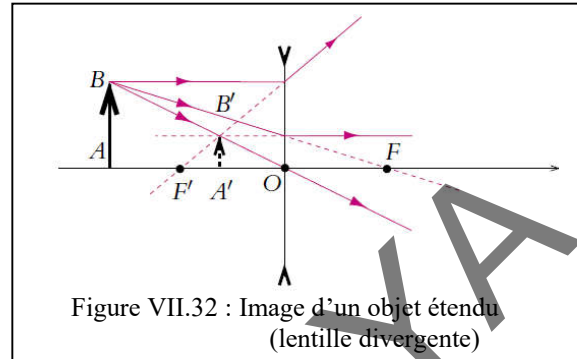


Figure VII.32 : Image d'un objet étendu (lentille divergente)

### 4.3. Relations de conjugaison

Nous cherchons à établir les relations de conjugaison des lentilles minces, permettant de déterminer les positions des objets et des images ainsi que les grandissements en prenant comme exemple, le cas particulier d'une lentille convergente avec un objet placé avant le foyer objet figure VII.31.

Remarquons tout d'abord que les triangles  $OAB$  et  $OA'B'$  sont semblables :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad (1)$$

Il en est de même pour les triangles  $HOF'$  et  $B'A'F'$ :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}} \Leftrightarrow \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}} \quad (2)$$

Puisque  $OH=AB$ . Il vient, en combinant (1) et (2) :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} &= \frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{A'O} + \overline{OF'}}{\overline{OF'}} = 1 - \frac{\overline{OA'}}{\overline{OF'}} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{OA}} &= \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OF'}} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} &= \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{f'} = V \end{aligned}$$

Ce résultat est la première relation de conjugaison des lentilles minces, qui donne la position de  $A'$  connaissant celle de  $A$  et la distance focale de la lentille.

La deuxième relation est relative au grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Ces deux relations restent valables dans le cas d'un objet ou d'une image virtuelle, ainsi que pour une lentille divergente, à **condition** de respecter les conventions de signe.

#### 4.4. Cas d'un objet à l'infini en dehors de l'axe optique

Lorsque nous faisons tendre la distance  $\overline{OA}$  vers  $-\infty$  en maintenant l'angle  $\alpha$  constant (figure VII.31),  $A'$  tend vers  $F'$  et  $B'$  se trouve dans un plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par  $F'$ , nommé **plan focal image** de la lentille, constitué par l'ensemble des **foyers images secondaires**, images des points situés à l'infini en dehors de l'axe optique. L'objet  $AB$  étant de taille infinie, le grandissement n'a alors plus de signification physique et la deuxième relation de conjugaison doit être modifiée pour s'écrire en fonction des angles (figure VII.33) :

$$\overline{F'B'} = \alpha \overline{OF'}$$

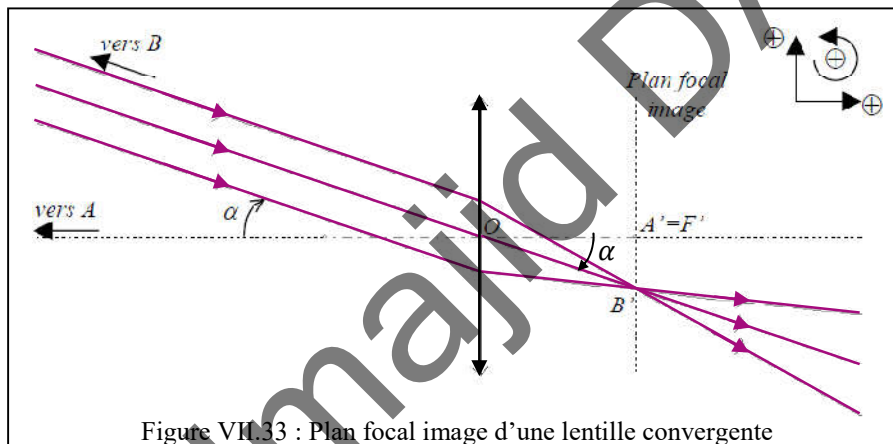


Figure VII.33 : Plan focal image d'une lentille convergente

#### 4.5. Association de lentilles

On réalise un doublet de lentilles en les accolant, i.e. en superposant leur centre optique :  $O_1 = O_2 = O$  (figure VII.34).

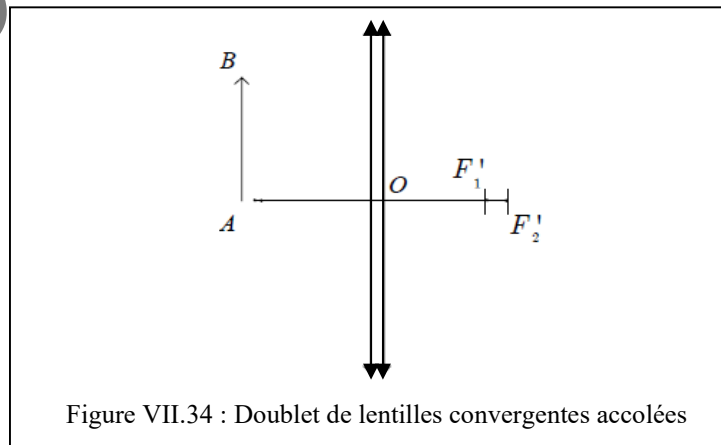


Figure VII.34 : Doublet de lentilles convergentes accolées

La position de l'image  $A'$  donnée par une lentille de distance focale  $f'_1$  se trouve avec la première relation de conjugaison :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'_1}$$

Si on accole une deuxième lentille de distance focale  $f'_2$ , la position de l'image finale  $A''$  sera donnée par la même relation de conjugaison, en prenant cette fois pour objet l'image donnée par la première lentille :

$$\frac{1}{OA''} - \frac{1}{OA'} = \frac{1}{f'_2}$$

En additionnant ces deux relations on obtient :

$$\frac{1}{OA''} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{f'_2} = V_1 + V_2$$

***Un doublet de lentilles minces accolées est équivalent à une seule lentille de vergence égale à la somme des vergences.***

Si les deux lentilles ne sont pas accolées, il suffit alors de calculer la position de l'image finale en prenant pour objet de la deuxième lentille, l'image donnée par la première.



## ***BIBLIOGRAPHIE***

- + Agnès Maurel, Jean Marie malbec, **Optique géométrique**, Belin sup, 2002.
- + Jean Louis Queyrel, Jacques Mesplède, **Les nouveaux précis – Optique**, Bréal, 1999.
- + Tamer Bécherrawy, **Optique géométrique**, De Boeck, 2015.
- + Jacques Boutigny, **Optique**, Editions Vuibert, 1986.
- + Jean Marie Brébec, Philippe Denève Thierry Desmarais, Marc Ménétrier, Bruno Noel, Claude Orsini, **Optique**, Hachette, 1999.
- + Luc Dettwiller, **Optique**, Dunod, 1992.

Abdelmajid DAYA